

# Kantttekeningen bij gebruik van differentiaalvergelijking van v/d Akker (2013)

---

Notitie van: Willem Jan Zaadnoordijk (wjz\_rdam@yahoo.co.uk)

Datum: 7 maart 2017

## Inleiding

De differentiaalvergelijking die Van den Akker (2013) presenteert heeft aanleiding gegeven tot discussie, in de NHV-werkgroep Achtergrondverlaging en ook tussen mensen daarbuiten. Deze notitie zet enkele aspecten op een rij in een poging om tot een groter gedeeld inzicht te komen met betrekking tot beperkingen van de differentiaalvergelijking en de consequenties daarvan voor gebruik ervan in de praktijk.

De notitie geeft een aantal onafhankelijke redeneringen die ieder voor zich laten zien dat van den Akker (2013) andere invloeden dan een permanente onttrekking in het watervoerend pakket zeer sterk schematiseert en daardoor zeer beperkt rekening houdt met niet-lineaire interacties, en dat terwijl van den Akker steeds het belang van de niet-lineariteit en volgtijdelijkheid onderstreept heeft.

Ik heb deze notitie op persoonlijke titel geschreven op basis van een afspraak in de NHV-werkgroep Achtergrondverlaging, zonder afstemming met of instemming van KWR. Na de publicatie van Van den Akker (2016) heb ik enkele aanpassingen aangebracht.

## Aannames bij de afleiding van de differentiaalvergelijking

### Algemeen: Verlagingsberekening

Een verlagingsberekening via een differentiaalvergelijking houdt superpositie in. Verlaging  $s$  ten gevolge van een ingreep is het verschil tussen de stijghoogte  $\phi$  in situatie A met de ingreep en situatie B zonder de ingreep:

$$s = \phi_A - \phi_B \quad [1]$$

Waarbij  $\phi_A$  en  $\phi_B$  aan dezelfde differentiaalvergelijking voldoen. Als daarbij ook  $s$  beschreven wordt met dezelfde differentiaalvergelijking hebben we de definitie van superpositie die zegt dat een lineaire combinatie van oplossingen ook voldoet aan de differentiaalvergelijking. Bij een niet-lineair systeem is de differentiaalvergelijking voor een verlaging wezenlijk anders dan de differentiaalvergelijking die de stijghoogten beschrijft. Dit betekent dat de parameters niet direct aan metingen geijkt kunnen worden en ook niet zomaar overgenomen mogen worden van een model dat stijghoogten beschrijft.

### Definitie overdrachtsfactor

Van den Akker (2013) definieert een overdrachtsfactor  $F$  als de verhouding tussen verandering van de grondwaterstand en die van de stijghoogte en stelt daarbij:

*De waarde van de overdrachtsfactor  $F$  is een functie van de grondwaterstand  $h$  [m]. Uiteraard kennen we niet het exacte verloop van  $F$  als functie van  $h$ .*

Door ervan uit te gaan dat  $F$  alleen afhankelijk is van de grondwaterstand  $h$  is impliciet aangenomen dat  $F$  niet op een directe wijze van andere factoren afhangt. Ook de mogelijkheid dat  $F$  in werkelijkheid kan variëren in de tijd, is met de definitie van Van den Akker uitgesloten.

Dat  $F$  in werkelijkheid niet alleen van  $h$  afhangt, kan eenvoudig worden geïllustreerd door de invloed van verdamping (bijv. toename door bosaanplant) te beschouwen naast de invloed van een winning. Bij extra verdamping is de freatische verandering groter dan de verlaging in het watervoerend pakket ( $F < 1$ ) terwijl bij een winning geldt dat de verlaging in het watervoerend pakket groter is ( $F > 1$ , zie Van den Akker, 2013).

Van den Akker (2013) sluit andere invloeden dat een diepe onttrekking uit in zijn definitie van de overdrachtsfactor.

## Afleiding vanaf algemene differentiaalvergelijking

Uitgangspunt voor de afleiding is een differentiaalvergelijking voor grondwaterstroming in een watervoerend pakket (zie bijvoorbeeld Fitts, 2002) met de aannamen:

- Het grondwater is onsamendrukbaar;
- Het grondwater heeft een constante dichtheid;
- De onderkant van het watervoerend pakket is horizontaal;
- De doorlatendheid is isotroop en homogeen;
- De verticale doorlatendheid heeft een verwaarloosbare invloed op de stroming;
- De bergingscoëfficiënt is constant.

De bijbehorende differentiaalvergelijking is vergelijking 5.66 in Fitts (2002):

$$k \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( f \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( f \frac{\partial f}{\partial y} \right) \right] + R = S \frac{\partial f}{\partial t} \quad [2]$$

Waarin:

$k$	=	doorlatendheid [L/T]
$f(x, y, t)$	=	stijghoogte gemeten vanaf de onderkant van het watervoerend pakket [L]
$x, y$	=	horizontale coördinaten [L]
$t$	=	tijd [T]
$R(x, y, t)$	=	toestroming naar het watervoerend pakket [L/T]
$S$	=	bergingscoëfficiënt [-]

Met de extra aannamen:

- Verzadigde dikte van het watervoerend pakket varieert niet in de tijd;
- Het product van de verzadigde dikte en doorlatendheid is constant

wordt de differentiaalvergelijking:

$$T \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right] + R = S \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad [3]$$

Waarin:

$T$	=	product van watervoerende dikte en doorlatendheid ofwel doorlaatvermogen [L <sup>2</sup> /T]
$\varphi(x, y, t)$	=	stijghoogte ten opzichte van een referentieniveau [L]

De topsysteembenadering van Van den Akker (2013) kan gebruikt worden om de toestroming naar het watervoerend pakket  $R$  vast te leggen. Hij beschrijft de toestroming naar het watervoerend pakket met de freatische grondwaterstand en de verticale weerstand van de deklaag (1<sup>e</sup> vergelijking op bladzijde 13 in van den Akker, 2013):

$$q = - \frac{h - \varphi}{c} \quad [4]$$

Waarin:

$q(x, y, t)$	=	verticale stroming door de deklaag [L/T]
$h(x, y, t)$	=	gebiedsgemiddelde grondwaterstand ten opzichte van NAP [L]
$c$	=	verticale weerstand van de deklaag [T]

Daarnaast geldt op basis van continuïteit in het topsysteem:

$$U = q + N \quad [5]$$

Waarin:

$U(h)$  = gebiedsgemiddelde afvoer [L/T]  
 $N(x,y,t)$  = grondwateraanvulling (neerslag minus actuele verdamping)

Combinatie levert:

$$U = N - \frac{h - \varphi}{c} \quad [6]$$

Deze relatie legt  $h$  vast als functie van  $N$ ,  $\varphi$  omdat  $U$  een-op-een gerelateerd is aan  $h$ :

$$h = \xi \quad [7]$$

Waarin de letter  $\xi$  geïntroduceerd wordt om aan te geven dat de freatische grondwaterstand  $h$  niet langer een separate variabele is maar een bekende functie van de andere variabelen:

$$\xi(N, \varphi, c) = \varphi - c(U - N) \quad [8]$$

Hieruit volgt:

$$q = -\frac{\xi - \varphi}{c} = -R \quad [9]$$

Met deze uitdrukking kan  $R$  in de differentiaalvergelijking [3] vervangen worden:

$$T \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right] + \frac{\xi - \varphi}{c} = S \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad [10]$$

Deze differentiaalvergelijking in cartesische coördinaten  $x$  en  $y$  kan worden herschreven naar axiaalsymmetrie met radiale coördinaat  $r$ :

$$T \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right] + \frac{\xi - \varphi}{c} = S \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad [11]$$

Ofwel:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\xi - \varphi}{Tc} = \frac{S}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad [12]$$

En met verwaarlozing van de spanningsbergings in het watervoerend pakket:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\xi - \varphi}{Tc} = 0 \quad [13]$$

Deze differentiaalvergelijking bevat de tijd nu niet meer expliciet, maar doordat de grondwateraanvulling varieert in de tijd doet  $\xi$  dat ook en is ook  $\varphi$  tijdsafhankelijk. Er is voor deze schrijfwijze gekozen in navolging van Van den Akker (2013).

Met de transmissiviteit  $T$  als product van doorlatendheid  $k$  en verzadigde dikte  $H$  ( $T=kH$ ) komt vergelijking [13] overeen met de differentiaalvergelijking die van den Akker (2013) als uitgangspunt neemt (eerste vergelijking op bladzijde 16, net voor vergelijking (8) in van den Akker, 2013):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\varphi - h}{kHc} = 0 \quad [14]$$

Hierin is de grondwaterstand  $h$  een functie van de  $h = \xi(N, \varphi, c)$  (Verg. [8]). De afhankelijkheid van de grondwateraanvulling  $N$  laat van den Akker (2013, 2014) echter buiten beschouwing. Met de initiële grondwaterstand ( $h_0$  in van den Akker, 2013, 2014) kan enigszins rekening gehouden worden met de grondwateraanvulling. Het is één waarde in de tijd vanwege de stationaire benadering. Bovendien is het één waarde in de ruimte omdat deze initiële grondwaterstand horizontaal is. Het effect wordt dus verwaarloosd van de ruimtelijk variabele opbolling die op treedt door de grondwateraanvulling. Van den Akker spreekt van een

“gebiedsgemiddelde grondwaterstand”, maar vanwege het niet-lineaire karakter geeft een gemiddelde waarde niet het gemiddelde effect, daarom is “gebiedsrepresentatieve grondwaterstand” een betere benaming. Hoe deze bepaald kan worden uit de ruimtelijke en temporele variatie is onduidelijk en zou ook afhankelijk kunnen zijn van de locatie waar men de gemiddelde verlaging wil berekenen.

De “gebiedsgemiddelde grondwaterstand” van Van den Akker is een abstractie, waarvan onduidelijk is hoe deze vastgesteld kan worden uit (gemeten) grondwaterstanden met variatie in tijd en ruimte. Vanwege de door Van den Akker benadrukte niet-lineariteit kan dit niet door middelgeling. Bovendien verhult deze abstractie de invloed van andere factoren zoals de grondwateraanvulling. De invloed van grondwateraanvulling is ook in te zien door de reactie op neerslag te beschouwen bij de situatie met winning en zonder winning. Door de niet-lineaire afvoerrelatie zal neerslag in de situatie met winning resulteren in een relatief grotere toename van de grondwateraanvulling  $N$  en zonder winning in een relatief grotere toename van de afvoer  $U$ . De verhoging van de grondwaterstand door neerslag is dus afhankelijk van de winning. Omgekeerd is ook de verlaging door de onttrekking afhankelijk van de neerslag.

De differentiaalvergelijking is conform fysische wetmatigheden, maar bevat abstracties die ver verwijderd zijn van meetbare fysische grootheden.

### Verwaarlozen grondwateraanvulling in afleiding van den Akker (2013)

Bij de voorgaande bespreking van de afleiding van de differentiaalvergelijking is al aangegeven dat andere invloeden dan een permanente onttrekking verwaarloosd, dan wel zeer sterk geschematiseerd worden. Hieronder wordt nader ingegaan op het verwaarlozen van variaties in de grondwateraanvulling.

Van den Akker (2013) neemt als uitgangspunt (eerste vergelijking op bladzijde 16, net voor vergelijking (8) in van den Akker, 2013):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\phi - h}{kHc} = 0 \quad [15]$$

Het stationair gebruik van deze differentiaalvergelijking (verwaarlozing van de variatie in de tijd van  $\phi$  en grondwaterstand  $h$  maakt dat een verlaging wordt berekend die niet noodzakelijk het gemiddelde is van de waarde die berekend zou worden als deze differentiaalvergelijking tijdsafhankelijk opgelost zou worden (met  $h = \xi(N, \phi, c)$  waarin de variatie van  $N$  zorgt voor de variatie in de tijd). Van den Akker (2016) illustreert dit zelf duidelijk in hoofdstuk 5 (pagina 8-10). Daarin worden drie berekeningen gepresenteerd met de initiële grondwaterstand op 0.6, 1.6 en 1.1 meter beneden maaiveld. De laatste waarde is het gemiddelde van de eerste twee, maar de berekende verlagingen zijn groter dan het gemiddelde van de verlagingen bij de eerste twee berekeningen.

De berekeningen met grondwaterstanden van 0.6 en 1.6 worden als berekeningen voor een GHG en een GLG situatie gepresenteerd bij een onttrekking van 6.5 miljoen kubieke meter per jaar. Het verschil van 1 meter tussen deze grondwaterstanden komt bij het genoemde beïnvloede gebied van 150 km<sup>2</sup> en een freatische bergingscoëfficiënt van 0.1 overeen een watervolume van 15 miljoen kubieke meter, wat het zeer onwaarschijnlijk maakt dat een stationaire GLG-situatie een zinvolle benadering geeft van verlagingen door deze winning.

### Verwaarlozen grondwateraanvulling in afleiding van den Akker (2014)

Van den Akker (2014) geeft aanvullende formules waarin ook de invloed van de grondwateraanvulling verwaarloosd wordt. Hij koppelt de voorgaande beschouwing aan de afvoer  $U$  via zijn vergelijking 6:

$$\frac{dU}{dh} = \frac{dq}{dh} \quad [16]$$

Deze vergelijking gaat uit van de veronderstelling dat er altijd hetzelfde verschil is tussen  $q$  en  $U$ :

$$\frac{dU}{dh} = \frac{dq}{dh} \rightarrow U = q + C \quad [17]$$

Waarin:

$C$  = constante [L/T]

Met de continuïteit in het topsysteem  $U = q + N$  is dan in te zien dat de grondwateraanvulling  $N$  constant verondersteld wordt.

Dit kan ook op een andere manier aangetoond worden. Differentiëren van de continuïteitsvergelijking naar de tijd geeft:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} + \frac{dN}{dt} \quad [18]$$

Hierin is  $N$  onafhankelijk van  $h$ . Omwerken levert:

$$\frac{dU}{dh} \frac{dh}{dt} = \frac{dq}{dh} \frac{dh}{dt} + \frac{dN}{dt} \quad [19]$$

Omdat de afgeleide van de grondwaterstand naar de tijd ongelijk is aan nul geldt:

$$\frac{dU}{dh} = \frac{dq}{dh} + \frac{dN}{dt} \frac{dt}{dh} \quad [20]$$

De laatste term is ongelijk aan nul omdat de grondwateraanvulling in de tijd varieert en dus ook de tijds-afgeleide van de grondwateraanvulling nul is. Ofwel bij een variabele grondwateraanvulling is de koppeling van de kwel aan de afvoer in Van den Akker (2014) onjuist:

$$\frac{dU}{dh} \neq \frac{dq}{dh} \quad [21]$$

En de grondwateraanvulling heeft invloed op de relatie tussen afvoer, kwel en grondwaterstand en deze relatie varieert in de tijd door het niet-lineaire gedrag van het systeem veroorzaakt door de niet-lineaire afvoerrelatie. Een stationaire benadering verwaarloost deze invloeden. Nu is het logisch dat een constante neerslag gehanteerd wordt in een stationaire situatie, maar door de niet-lineariteit is het onduidelijk welke waarde gehanteerd moet worden. Zo zal de jaargemiddelde grondwaterstand niet de jaargemiddelde verlaging opleveren.

## Conclusie over de differentiaalvergelijking

Deze vergelijking en de verdere uitwerking zijn dus een op superpositie gebaseerde stationaire benadering waarbij andere invloeden dan een permanente onttrekking allemaal via een uniforme initiële gebiedsrepresentatieve grondwaterstand verdisconteerd zijn. De keuze van deze initiële grondwaterstand bevat de doorwerking van de variaties in de tijd, waarbij het gebruik van een gemiddelde niet leidt tot de berekening van de gemiddelde verlaging. Bovendien wordt de ruimtelijke variatie verwaarloosd, waardoor het onduidelijk is hoe representatief de berekende waarde ruimtelijk is.

## Gebruik van de differentiaalvergelijking

Het gebruik van de differentiaalvergelijking in de praktijk wordt bemoeilijkt door het feit dat deze geen analytische oplossing heeft, dat de parameters ervan geen gangbare fysische grootheden zijn en dat de  $U(h)$ -relatie is geformuleerd op een wijze die niet duidelijk maakt hoe deze samenhangt met de wel gangbare grootheden zoals de drainageweerstand.

Analytische oplossingen van een grondwaterstromingsdifferentiaalvergelijking hebben als voordeel ten opzichte van numerieke modellen, dat de relatie tussen de parameters en de uitkomsten expliciet gemaakt wordt. Zo is direct te zien hoe de uitkomsten veranderen als een parameter een andere waarde heeft en hoe gevoelig de uitkomsten zijn voor de bandbreedte waarmee een parameter bekend is. In dit opzicht levert de aanpak van Van den Akker geen voordelen op ten opzichte van een modern numeriek model met een niet lineair-topsysteem omdat de differentiaalvergelijking numeriek opgelost moet worden (wat voor de meeste geohydrologen bovendien geen routineklus is). De aanpak heeft wel meerwaarde ten opzichte van oude numerieke lineaire modellen zoals de FLOP-programma's (van de Akker, 1975).

De bovenrandvoorwaarde van een verzadigd-grondwatermodel, wordt vaak topsysteem genoemd. Bij het parameteriseren van het topsysteem op regionale schaal wordt in Nederland over het algemeen geformuleerd in termen van drainage- en aanverwante weerstanden uit formules van Hooghoudt, Ernst of Bruggeman, eventueel

aangevuld met de deklaagweerstand (zie bijvoorbeeld Van Drecht, 1983 en de Lange, 1997). De bovenrandvoorwaarde of topsysteemrelatie wordt dan uitgedrukt als een flux naar het watervoerend pakket die een functie van de stijghoogte is.

Van den Akker (2015, 2016) suggereert dat het gebruik van de differentiaalvergelijking tot een veel groter invloedsgebied leidt dan de onderzoeken aangehaald door Maas (2012). Dat is te wijten aan verschil in definitie. Bij analytische formules zoals die van de Glee is reikt de invloed van een winning oneindig ver, al wordt de invloed op oneindige afstand wel oneindig klein. In de praktijk is echter van heel kleine veranderingen geen effect vast te stellen. Bij Terwisscha is afgesproken om naar schade te kijken in het gebied met meer dan 5 cm verlaging. Dat daarbuiten verlaging van enkele centimeters op kan treden zal voor iedereen duidelijk zijn, terwijl het voor hydrologen geen verrassing mag zijn dat er een aanzienlijk deel van het onttrekkingsvolume van buiten dit gebied toestroomt.

## Validiteit parameterwaarden

Fysische interpretatie van de parameters in de  $U(h)$ -relatie is gepostuleerd, maar niet gevalideerd voor een werkelijke situatie en helemaal niet voor Terwisscha. Daarbij representeert de waarde van initiële grondwaterstand  $h_0$  op impliciete wijze de stationaire reactie van de grondwaterstand op overige invloeden. Door het ontbreken van een expliciete relatie met bijvoorbeeld de opbolling door grondwateraanvulling uit neerslag en verdamping is onduidelijk hoe deze gekozen moet worden. Ook is niet bepaald in hoeverre een logaritmische verloop de afvoer goed beschrijft.

De weerstand van de deklaag ( $c$ -waarde) die bij de differentiaalvergelijking gebruikt wordt heeft niet noodzakelijk de waarde die met een andere schematisatie (zonder de  $U(h)$ -relatie) is afgeleid is uit waarnemingen. Het is algemeen bekend dat modelparameters afhankelijk zijn van de modelschematisatie (zie bijvoorbeeld Kruseman & de Ridder, 1994).

Van den Akker (2013, 2014) heeft de validiteit van zijn parameters voor Terwisscha niet aangetoond, met name de waarde van de constante initiële stijghoogte.

## Betrouwbaarheid

Het is vreemd om enerzijds te hameren op niet-lineariteit en het belang van volgtijdelijkheid en anderzijds superpositie gebruiken en een effect te bepalen zonder andere invloeden in de beschouwing te betrekken. Ook valt het pleidooi voor een wetenschappelijke discussie niet te rijmen met het poneren van een aanpak zonder deze te valideren en zonder de betrouwbaarheid te adresseren (zie bijvoorbeeld Hill & Tiedeman, 2007).

In tweede instantie is wel een bandbreedte aangegeven (van den Akker, 2016). Hierin staat dat met de differentiaalvergelijking een orde van grootte van de verlaging door een winning bepaald kan worden. Orde van grootte betekent dat de verlaging binnen een factor 10 bepaald kan worden. Dit is een erg ruime bandbreedte en jammer genoeg wordt deze geponereerd zonder onderbouwing.

## Verhouding tot andere methoden

Van den Akker (2016) zet zich af tegen een zogenaamde KWR-methode die ook door het ACSG gehanteerd zou worden. Het gaat hierbij niet om een rekenmethode maar om het erkennen van het feit dat grondwaterstanden ook kunnen dalen door andere oorzaken dan permanente onttrekkingen zoals verandering van landgebruik en verbetering van ontwatering en afwatering (zie bijvoorbeeld het conceptrapport van de werkgroep achtergrondverlaging op de website van de Nederlandse Hydrologische Vereniging (NHV) en de referenties daarin). Overige oorzaken worden vaak achtergrondverlaging genoemd en de KWR-methode bestaat daaruit dat een in een gebied opgetreden achtergrondverlaging van de totale geconstateerde verlaging wordt afgetrokken om te komen tot de verlaging van een permanente onttrekking.

Zolang de bijdrage van deze andere oorzaken niet expliciet gemaakt wordt, is moet dus rekening gehouden worden met achtergrondverlaging. Van den Akker heeft dit zelf ook gedaan (van den Akker, 2015). Ook al zegt hij het niet expliciet, hij onderschrijft hiermee de door hem gewraakte methode. Het kan zijn dat hij het niet eens is met de grootte van de achtergrondverlaging die op specifieke locaties wordt gehanteerd. Het zou hem dan sieren om dat expliciet te benoemen. Bovendien zou hij als oud-lid van de NHV-werkgroep achtergrondverlaging moeten beseffen dat de beste wijze om uitsluitel te geven over dergelijke discussies is om de verlaging door alle invloeden te bepalen en daarbij metingen uit het gebied zelf te gebruiken.

## Afsluiting

De differentiaalvergelijking van Van den Akker (2013) geeft een denkmodel voor de stationaire invloed van een winning, dat niet-lineariteit toevoegt ten opzichte van de formules van Dupuit en de Glee en daarmee een verfijning mogelijk maakt ten opzichte van deze formules waarmee een onder- en bovengrens voor de invloed bepaald kunnen worden. De differentiaalvergelijking verwaarloost de invloed van de variatie in de ruimte en de tijd van andere geohydrologische factoren, zoals de grondwateraanvulling. Er bestaat geen inzicht in de nauwkeurigheid waarmee de differentiaalvergelijking de verlaging van een permanente onttrekking kan beschrijven. De waarde voor praktische toepassing is dan ook beperkt: de bandbreedte van die Van den Akker (2016) aangeeft is zeer ruim en zal weinig andere onderzoeken tegenspreken. Verder gebruikt Van den Akker (2015) zelf de "KWR-methode", namelijk het bestaan van achtergrondverlaging, die niet is toe te rekenen aan een permanente onttrekking.

## Referenties

C. van den Akker (1975) Toelichting bij het rekenprogramma FLOP-1, RID-mededeling '75-3, Rijksinstituut voor drinkwatervoorziening, NL.

C. van den Akker (2013) Tussen Dupuit en De Glee – het ontstaan van toegevoegde stijghoogte verlaging, *Stromingen*, jaargang 19, nummer 2, pagina 5-23.

C. van den Akker (2014) Een fysische onderbouwing van de overdrachtsfactor, *Stromingen*, jaargang 20, nummer 1, pagina 91-99.

C. van den Akker (2015) Is de balans zoek?, *Stromingen*, jaargang 22, nummer 2.

C. van den Akker (2016) , Analyse van de stationaire grondwaterstroming naar permanente putten in vrij afwaterende gebieden, LTO Nederland, Den Haag, December 2016.

G. van Drecht (1983) Berekening van de stationaire grondwaterstroming naar sloten, RID-mededeling '83-3, Rijksinstituut voor drinkwatervoorziening, NL.

Charles R. Fitts (2002) *Groundwater Science*, Academic Press, San Diego CA, VS.

Mary C. Hill & Claire R. Tiedeman (2007), *Effective Groundwater Model Calibration, With Analysis of Sensitivities, Predictions and Uncertainty*, Wiley, Hoboken NJ, USA.

G.P. Kruseman & N.A. de Ridder (1994) *Analysis and Evaluation of Pumping Test Data*, second edition (completely revised), International institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, NL.

Wim de Lange (1997) Nieuwe inzichten in het gebruik van voedingsweerstand of drainageweerstand in de randvoorwaarde van een grondwatermodel, *Stromingen*, jaargang 3, nummer 2, pagina 17-28.

Kees Maas (2012) Valkuilen in de tijdreeksanalyse: Het geval Terwisscha, *Stromingen*, jaargang 18, nummer 2, pagina 43-75.